# תרגיל 3.3(עמ' 16)

1. הוכיחו שאם המכפלה באחד האגפים מוגדרת אזי גם המכפלה באגף השני מוגדרת, ותוצאתן שווה:

## הוכחה

תהי . אגף ימין מוגדר אם ורק אם (כדי ש יהיה מוגדר) ו(כדי ש יהיה מוגדר). במקרה זה אגף שמאל גם מוגדר: => מוגדר, ו=> מוגדר. באופן דומה ניתן להוכיח שאם אגף שמאל מוגדר אז גם ימין.

נניח מעכשיו ש. ניתן כמו כן לראות שסדר המטריצות בשני האגפים הוא . נשוואה בין האיברים בשורה i עמודה j בשני האגפים.

נסמן :

*נסמן :*

*נחליף בין t לl ונקבל . נחליף את סדר הסכימה(מותר בגלל הקומוטטיביות ואסוצאטיביות של החיבור ונקבל שזה שווה ל(\*)*

## "הסבר" להחלפת ות

קיבלנו אותם איברים בשינוי סדר,ובגלל קומוטטיביות ואסוציאטיביות בשדה מקבלים

# הגדרה

תהי , המטריצה המשוחלפת מוגדרת ע"י לכל

## דוגמה

# תרגיל 4.1 (עמוד 18)

תהי , . הוכיחו:

## פתרון

1. נסמן . הוכחנו שהסדרים של A וC שווים, נבדוק איברים כלומר ולכן כלומר

# תכונות של שחלוף

# הערה/תרגיל:

הוכחנו בתרגיל ובשיעורים את שתי התכונות הבאות:

ניתן להוכיח (א)=>(ב) באמצעות תכונות השחלוף.(אבל לא בשיעורי הבית)

## הוכחה

נראה ש:

### הערה לגבי (\*)

### המשך

קיבלנו, , לכן

# הגדרה

תיקרא מטריצה סימטרית אם ואנטיסימטרית אם

## דוגמאות

סימטרית

אנטיסימטרית

לא סימטרית ולא אנטיסימטרית

# תרגיל 4.4 (עמוד 19)

1. הוכיחו שלכל מטריצה המטריצה היא סימטרית.
2. הוכיחו שלכל מתקיים סימטרית, אנטי סימטרית.

## הוכחה

1. בדקו
2. נוכיח ש סימטרית: . נוכיח ש אנטיסימטרית:

# תרגיל 4.5

1. תהי אנטי סימטרית. הוכיחו שלכל אברי האלכסון של A מתקיים
2. האם הטענה נכונה גם עבור ?

## פתרון

1. מטריצה אנטיסימטרית A מקיימת => לכל I,j בפרט => לכן
2. ב מתקיים ולכן ולא נוכל להסיק מה שהסקנו קודם. נניח , , לכן אבל שכן

סעיף א' מתקיים בכל שדה עם מאפיין 2

# הגדרה

נאמר שהמטריצה A היא הפיכה אם קיימת מטריצה B כך ש. במקרה זה נאמר שB ההופכי של A ונסמן

# תרגיל 6.1(עמוד 24)

*תהי A מטריצה הפיכה*

1. *הוכיחו שA ריבועית*
2. *הוכיחו שיש רק מטריצה אחת B שהיא הופכית לA*
3. *הוכיחו שגם הפיכה ומתקיים*

## פתרון

1. A הפיכה ולכן קיימת B כך ש. נניח ש. AB מוגדרת לכן . BA מוגדרת לכן . AB מסדר , וBA מסדר . לכן בסך הכל ומכאן A ריבועית.
2. נניח קיימות כך ש:  
    בסתירה להנחה
3. A הפיכה ולכן קיימת כך ש – כלומר הפיכה וA הופכית שלה, אבל בסעיף ב' הוכחנו שההופכית יחידה ולכן

# *תרגיל*

הוכיחו שאם הפיכה, אזי גם הפיכה ומתקיים . הסיקו: אם A סימטרית והפיכה אזי גם סימטרית

## פתרון

A הפיכה ולכן כך ש. נבצע שחלוף ונקבל   
, לכן . אם A סימטרית והפיכה נקבל

# תרגיל 6.2(עמוד 23)

יהיו A,B מטריצות הפיכות מאותו סדר. הוכיחו שגם AB הפיכה ומתקיים

## הוכחה